**诚信应考，考试作弊将带来严重后果！**

**华南理工大学本科生期末考试**

**2019-2020-2学期《概率论与数理统计》试卷(A卷)**

**注意事项：1. 开考前请将密封线内各项信息填写清楚；**

**2. 所有答案请直接答在试卷上；**

**3．考试形式：闭卷；**

**4. 本试卷共八大题，满分100分，考试时间120分钟**。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题 号** | **一** | **二** | **三** | **四** | **五** | **六** | **七** | **八** | **总分** |
| **得 分** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

**得分**

**一、选择题（共6题，每题3分，共18分）**

1.若*P*(*AB*)=0，则下述命题中正确的是（ B ）。

A．*A*与*B*互不相容； B.  ；

C. *A*与*B*相互独立； D. 或

2.设,且*X*与*Y*相互独立，则（ D ）。

A.  B. 

C． D．

3.设总体，是总体*X*的一个样本，令，则*Y*服从( C )。

A.正态分布； B.分布； C.*t*分布； D. *F*分布.

4.设独立同分布，分布函数为*F*(*x*),令，则（ B ）。

A. B.  C.  D. 

5.设随机变量的密度函数为，则的密度函数为（ B ）。

A. ； B. ； C. ； D. .

6. 设随机变量*X*服从*t*分布*t*(*n*)，对给定的，数满足，若，则*x*等于( A )。

A． ; B.  ; C.  ; D. 

**二、填空题（共6题，每题3分，共18分）。**

**得分**

1. 设随机变量*X*和*Y*的期望分别为和1，方差分别为1和2，且

*X*和*Y*相互独立，用切比雪夫不等式估计 。

2. 设随机变量*X*的分布函数为，则＝ 0 。

3. 若二维随机向量(*X*,*Y*)~*N*(1,2,4,9,0)，则 40 。

4. 设是来自总体的样本，若是的无偏估计，则*a*= 。

5. 设是来自总体的样本，令，则*E*[*Y*]＝ 4 。

6. 已知*X*,*Y*满足相关系数设随机变量，则*X*与*Z*的协方差Cov(*X*,*Z*)= 0 。

**三、（10分）** 在房间里有10个人，分别佩戴从1号到10号的纪念章，任选3人记录其纪念章的号码。试求：(1) 最大号码为5的概率；

(2) 如果已知记录的最大号码为5，求记录的三个号码中有3的概率？

**解：(1)*A*={记录的最大号码为5}，**

**得分**

**； （5分）**

**（2）*B*={记录的号码中有3}，**

** （10分）**

**四、( 10分)**

设某面粉厂采用自动流水线灌装面粉，装袋重量.从中随机地抽取36袋，经计算得平均重量为24.92kg，修正标准差kg.

(1) 在置信度为0.95时，求出面粉重量平均值的置信区间。

(2) 在显著性水平=0.05下，检验是否可以认为该流水线面粉的平均重量为每袋25kg。

**解：（1）**的置信度为0.95的置信区间为：

**得分**

 **（2分）**



得置信区间为[24.252,25.588]. **（5分）**

**(2)** 1. 提出假设 

2. 构造统计量 

3. 求分位点  **（8分）**

4. 求观测值 

5. 作判断 ，接受，即认为平均重量为每袋25kg。

**（10分）**

**五、（10分）**

抽样检查产品质量时，如果发现有多于10个的次品，则拒绝接受这批产品.设某批产品的次品率为10%，试用中心极限定理来判断，至少应抽取多少个产品来检查，才能保证拒绝接受该产品的概率达到0.95？



**得分**

**解：**设应抽*n*个产品来检查，.

****，求*n*使得。

由中心极限定理知：近似服从正态分布， **（2分）**



**（7分）**

所以，

至少抽取164个产品来检查，才能保证拒绝接受该产品的概率达到0.95。

如果用来算的话，得到*n*=176.

**（10分）**

**六、（10分）**

设二维随机向量（）服从矩形区域上的均匀分布，且

.

**得分**

求(1) (2) *U*，*V*的联合分布; (3)*W*=*UV*的分布列.

**解：**（因为（）是均匀分布，用面积来做更好做）

**（1） （3分）**

**（2）**

****

****

****

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***V***  ***U*** | 0 | 1 |
|  |  | 0 |
| 1 |  |  |

**（8分）**

**(3)**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *W*=*UV* | 0 | 1 |
| *P* |  |  |

**（10分）**

**七、（12分）**

**得分**

设随机变量(*X*,*Y*)的概率密度函数为



（1）求*A*的值； （2）判断*X*，*Y*是否独立； （3）期望*E*[2*XY*].

**解：（1）**

所以，** （3分）**

**（2）***X*的边缘密度****，

**.**

*Y*的边缘密度****，

**.**

由于****所以*X*,*Y*独立。 **（8分）**

**（3）** （由(2)知*X*，*Y*相互独立）



注意*Y*服从参数为2的分布，所以

由上计算知：

（若没有注意到*X*,*Y*的独立性，也可以直接计算）

**（12分）**

**八、(12分)**

**得分**

设总体具有分布律

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *X* | 1 | 2 | 3 |
| *P* |  |  |  |

其中为未知参数.

1. 求的矩估计量,并讨论的无偏性；
2. 当样本观察值为时，求的极大似然估计值.

**解：（1）**



****

所以，是的无偏估计. **（6分）**

**(2)** 似然函数：





取对数：

求导数：



所以，的极大似然估计值为 **（12分）**